ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ. ДМ 2 семестр.

1. Рекурсивные функции. Операторы суперпозиции, примитивной рекурсии, минимизации. Класс рекурсивных функций. Связь с вычислимостью по Тьюрингу. Тезис Черча. [1, стр. 90-94].

2. Бинарные алгебраические операции. Алгебраические системы. Полугруппы, моноиды. Мультипликативные и аддитивные моноиды. Обратимые элементы. Группы. [1, стр. 102-105].

3. Группы. Подгруппы, системы образующих. Доказательство теоремы о структуре подгруппы, порожденной множеством [1, стр. 105-106].

4. Циклические группы. Порядок элемента. Доказательство утверждения о том, что всякая подгруппа циклической группы является циклической. Структура циклической группы конечного порядка. [1, стр. 107-108].

5. Симметрические группы. Циклы. Разложение перестановки в произведение циклов (единственность его). Порядок перестановки (формула). Разложение перестановки в виде произведения транспозиций. [1, стр. 108-110].

6. Четность перестановки. Подгруппа четных перестановок. Доказательство формулы [1, стр. 110].

7. Изоморфизм групп. Свойства изоморфизма (три основных свойства). Доказательство того, что все циклические группы одного порядка изоморфны. [1, стр. 111-113].

8. Смежные классы по подгруппе. Разбиение группы на множество левых (правых) смежных классов по подгруппе. Теорема Лагранжа. [1, стр. 113-115].

9. Нормальные подгруппы. Доказательство того, что подгруппа индекса 2 является нормальной. Доказательство того, что множество  всех элементов группы, каждый из которых перестановочен со всеми элементами этой группы, является нормальной подгруппой. [1, стр. 114-115].

10. Факторгруппа. Доказать, что, если в группе  порядка  выполняется   то  где [1, стр. 114-115].

11. Гомоморфизмы. Ядро гомоморфизма. Свойства гомоморфизма (пять основных свойств). Лекция 5.

12. Кольцо. Примеры колец. Кольцо классов вычетов. Свойства колец. [1, стр. 116-118]. Лекция 6.

13. Кольца. Делители нуля. Целостные кольца. Закон сокращения в целостном кольце. [1, стр. 116-118]. Лекция 6.

14. Обратимые элементы кольца. Поле. Примеры полей. Свойства полей. [1, стр. 118-120]. Лекция 6.

15. Конечные поля. Малая теорема Ферма. Лекция 6.

16. Линейные системы. Системы линейных уравнений, решаемые в поле классов вычетов по  где  - простое число. Лекция 6.

17. Элементы теории кодирования. Блочный двоичный - код. Простейшие коды с обнаружением и исправлением ошибок. Вес слова, расстояние Хемминга. Теоремы о наименьшем расстоянии между кодовыми словами для возможности обнаружения и исправления  ошибок. [1, стр. 121-125]. Лекция 7.

18. Матричное кодирование. Порождающая матрица кода. Групповые коды. Теорема о наименьшем расстоянии между различными кодовыми словами в групповом коде. [1, стр. 125-127]. Лекция 7.

19. Коды Хемминга. Схемы кодирования и декодирования. Примеры. Порождающая матрица кода для случая [1, стр. 127-129]. Лекция 7.

20. Графы, ориентированные графы, мультиграфы, псевдографы. Основные понятия. Маршруты, пути. Понятие подграфа. Компоненты связности (сильной связности) графа (орграфа). Орграф конденсации. Пример. Задача об оптимальном оповещении. Пример ее решения. [1, стр. 161-167], [2, стр. 4-9].

21. Матрицы смежности графа (орграфа). Булевы матрицы. Операции над булевыми матрицами. Матрицы связности графа, односторонней связности и сильной связности для орграфа. Методы их нахождения. [1, стр. 167-177], [2, стр. 9-14].

22. Алгоритм нахождения числа компонент сильной связности орграфа, а также матриц смежности этих компонент. Необходимое и достаточное условие существования контуров в орграфе, определяемое по матрице сильной связности. [1, стр. 177-179], [2, стр. 14-18].

23. Алгоритм нахождения матрицы смежности орграфа конденсации по матрице его смежности, а также алгоритм решения задачи об оптимальном оповещении, использующий матрицу смежности исходного орграфа. [2, стр. 12-13].

24. Маршруты, пути. Алгоритм Терри поиска маршрута в связном графе. Задача о поливочной машине (обход всех вершин и ребер в связном графе). Пример. [1, стр. 180-182], [2, стр. 18-19].

25. Алгоритм «фронта волны» поиска минимального пути в орграфе. Перечисление всех минимальных путей из заданной вершины в заданную вершину. Пример. [1, стр. 182-186], [2, стр. 19-22].

26. Минимальные пути в нагруженном орграфе. Алгоритм Форда-Беллмана нахождения минимальных путей из заданной вершины в достижимые вершины в нагруженном орграфе. [1, стр. 188-195], [2, стр. 22-25].

27. Деревья. Свойства деревьев. Остовное дерево связного графа. Алгоритм его нахождения. Минимальное остовное дерево нагруженного графа. Алгоритм его нахождения. Пример. [1, стр. 206-213], [2, стр. 25-27].

28. Внутренняя устойчивость множества вершин орграфа (графа). Метод Магу отыскания семейства максимальных внутренне устойчивых множеств вершин орграфа. Пример. [1, стр. 231-235], [2, стр. 27-29].

29. Внешняя устойчивость множества вершин орграфа (графа). Метод Магу отыскания семейства минимальных внешне устойчивых множеств вершин орграфа. Пример. [1, стр. 235-239], [2, стр. 29-30].

31. Функции на вершинах орграфа. Порядковая функция. Алгоритм нахождения уровней орграфа без контуров. [1, стр. 241-246], [2, стр. 31-33].

30. Ядра орграфа. Теорема о ядре орграфа (с доказательством). [1, стр. 240-241], [2, стр. 30-31].

32. Функция Гранди. Примеры существования и не существования, единственности и не единственности функции Гранди. Алгоритм определения значений функции Гранди на множестве вершин орграфа без контуров. [1, стр. 246-249], [2, стр. 34-35].

28. Деревья и циклы. Цикломатическая матрица связного графа. Граф, ассоциированный с электрической цепью. Система линейно независимых уравнений Кирхгофа для напряжений. Пример. [1, стр. 222-226], [2, стр. 46-48].

29. Матрица инцидентности. Система линейно независимых уравнений для токов. [1, стр. 226-229], [2, стр. 48-52].

30. Транспортные сети. Поток в транспортной сети. Полный поток, максимальный поток. Алгоритм нахождения полного потока. [1, стр. 249-252], [2, стр. 52-55].

31. Транспортные сети. Поток в транспортной сети. Полный поток, максимальный поток. Орграф приращений. Теорема Форда - Фалкерсона. Алгоритм нахождения максимального потока. [2, стр. 56-57].

32. Комбинаторные схемы. Правила суммы и произведения. Размещения и сочетания. Теоремы для вычисления  - числа - размещений с повторениями;  - числа - размещений без повторений;  - числа - сочетаний без повторений;  - числа - сочетаний с повторениями. [1, стр. 130-136].

33. Разбиения. Теорема о числе разбиений. Полиномиальная формула. [1, стр. 136-140].

34. Формула включений и исключений. Пример применения для трех свойств. [1, стр. 140-143].

ЛИТЕРАТУРА

1. Нефедов В.Н., Осипова В.А. Курс дискретной математики. М., Изд-во МАИ, 1992.

2. Нефедов В.Н. Методические указания к выполнению расчетных работ по теории графов и сетей. М., Изд-во «Доброе слово», 2015.

3. Лекция 5. Смежные классы по подгруппе.

4. Лекция 6. Кольца и поля.

5. Лекция 7. Коды Хемминга.